Mathcad Data: ____/____/_____ Aluno(s):_____

Projeto 1: Balística

Objetivo

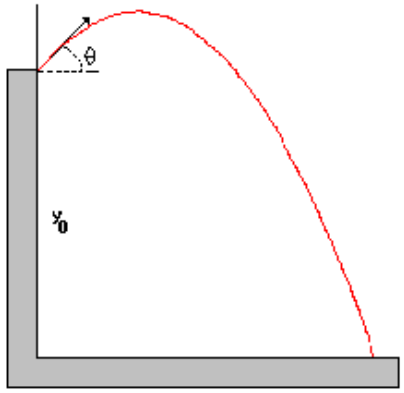
Mostrar a aplicação de curvas paramétricas a balística.

Resumo

Se um projétil é disparado verticalmente para cima no ar com um velocidade inicial v_0 m/s de um ponto y_0 metros acima da superfície, então (negligenciando a resistência do ar) após t segundos o projétil está

$$y = y(t) = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

acima da superfície, onde g = 9.8 m/s é a aceleração da gravidade. Se um projétil for disparado com um ângulo de elevação θ em relação a horizontal com velocidade inicial v_0 m/s de um ponto y_0 acima da superfície (ver figura da direita), então (negligenciando a resistência do ar) após t segundos o projétil está localizado num ponto cujas coordenadas paramétricas são:



$$x(t) = \left(v_0 \cdot \cos(\theta)\right) \cdot t \qquad y(t) = y_0 + \left(v_0 \cdot \sin(\theta)\right) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

***Tarefa*:**

a) Reproduza o trecho de planilha Mathcad abaixo. Ele representa o movimento de um projétil disparado no tempo $t_0 = 0$ com um ângulo $\theta = \pi/4$ em ralação com a horizontal e com uma velocidade inicial $v_0 = 82$ m/s de um ponto $y_0 = 15$ m acima da superfície

---

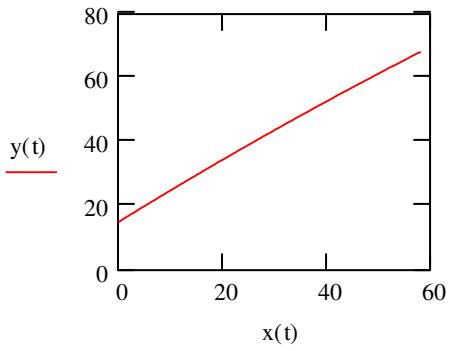
$$g := 9.8 \qquad t_0 := 0 \qquad y_0 := 15 \qquad v_0 := 82 \qquad \theta := \frac{\pi}{4}$$

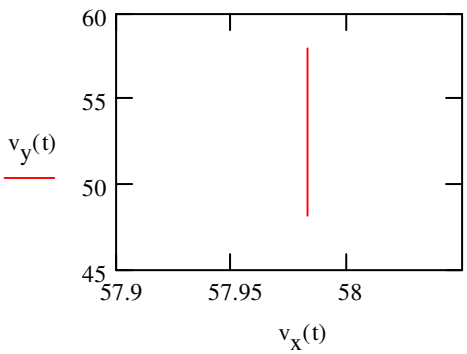
$$x(t) := v_0 \cdot \cos(\theta) \cdot t \qquad y(t) := y_0 + v_0 \cdot \sin(\theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v_x(t) := v_0 \cdot \cos(\theta) \qquad v_y(t) := v_0 \cdot \sin(\theta) - g \cdot t$$

$$t_1 := 1$$

$$t := t_0, t_0 + 0.01 .. t_1$$





As grandezas v_x e v_y são conhecidas como as componentes x e y da velocidade.

$v_y(t) = 0 \text{ solve}, t \rightarrow 5.9166077609486629593$ Este é o tempo no qual a componente vertical da velocidade é zero; este é o tempo no qual alcança a sua altura máxima.

$t_{max} := 5.9166077609486629593$

$y(5.9166077609486629593) = 186.531$ Esta é a altitude máxima

---

O alcance de um projétil é a distancia horizontal (ou -x) do projétil viaja antes de atingir o solo. Para calcular o alcance de um projétil que é disparado de um ângulo de elevação θ em relação com a horizontal e com uma velocidade inicial v_0 m/s de um ponto y_0 metros acima do solo através de uma formula, observe que num tempo t_s o projeto atinge o solo,

$$y(t_s) = y_0 + v_0 \cdot \sin(\theta) \cdot t_s - \left(\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_s^{\,2}\right) = 0$$

Valores de t_s :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{(2 \cdot g)} \cdot \left[2 \cdot v_0 \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot \left(v_0^{\,2} \cdot \sin(\theta)^2 + 2 \cdot g \cdot y_0 \right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right] \\ \frac{1}{(2 \cdot g)} \cdot \left[2 \cdot v_0 \cdot \sin(\theta) - 2 \cdot \left(v_0^{\,2} \cdot \sin(\theta)^2 + 2 \cdot g \cdot y_0 \right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right] \end{bmatrix}$$

Então $t_s = \frac{1}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin(\theta) + \sqrt{v_0^{\,2} \cdot \sin(\theta)^2 + 2 \cdot g \cdot y_0} \right)$, e o alcance $x(t_s) = v_0 \cdot \cos(\theta) \cdot t_s$

Logo : $x(t_s) = v_0 \cdot \frac{\cos(\theta)}{g} \cdot \left(v_0 \cdot \sin(\theta) + \sqrt{v_0^{\,2} \cdot \sin(\theta)^2 + 2 \cdot g \cdot y_0} \right)$

Se, em particular, $y_0 = 0$, então o alcance é

$$x(t_s) = 2 v_0^{\,2} \cdot \frac{\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)}{g} = \frac{2 v_0^{\,2}}{g} \cdot \sin(2\theta)$$

b) Reproduza o trecho de planilha Mathcad abaixo

Tempo para atingir o solo:

$$t_s := \frac{1}{g}\cdot\left(v_0\cdot\sin(\theta) + \sqrt{{v_0}^2\cdot\sin(\theta)^2 + 2\cdot g\cdot y_0}\right) \qquad t_s = 12.086$$

Alcance :

$$x(t_s) = 700.808$$

c) Qual é o alcance máximo de um projétil que é lançado com uma velocidade inicial v_0 do nível do solo com y_0 =0 ? Qual o ângulo θ deste alcance máximo atingido?

d) se um projétil com uma velocidade inicial de 82 m/s é disparado a partir da superfície, ele pode atingir um alvo a 650 metros de distância? Justifique sua resposta. Se o projétil pode atingir o alvo, em qual ângulo de elevação ele deve ser disparado par que ele atinja o alvo?

e) Repita a parte (e) para um alvo que está 700 metros distante.

Seu relatório será a planilha que você digitou e as respostas Mathcad, e também as respostas para as partes (c), (d) e (e).

Comentário

Existem muitas questões sobre balística que voçê está agora habilitado a explorar que seria interssante para voçê. Para mais informação, procure seu professor de Física !